



✓ استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد.

✓ درک سوالات بخشی از امتحان است. سوال نفرمایید.

(۱) با محاسبات چهار رقم اعشار می خواهیم مقدار تابع $u(x, y) = 6x^2(\ln x - \sin 2y)$ را به ازای $x = 2e$ و $y = 57^\circ$ بدست آوریم. حدکثر خطای نسبی محاسبه تابع u را بیابید.

(۲) وجود و یکتایی ریشه معادله $e^x - 3x^2 = 0$ را به ازای $x > 1$ بررسی نموده و در صورت وجود ریشه یکتا، به روش تکرار نقطه ثابت با دقت سه رقم اعشار، ریشه معادله را بدست آورید.

(۳) الف) فرمول خطای درونبایی تابع مفروض $f(x)$ در $n + 1$ نقطه مجزای: $x_i, i = 0, 1, \dots, n$ را بدون اثبات بیان کنید.

ب) با استفاده از فرمول قسمت الف، تعیین کنید بازه $[0, 1]$ را به چند زیربازه متساوی الفاصله تقسیم کنیم که خطای درونبایی تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{8} x$ کمتر از $\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$ باشد. با استفاده از نقاط گره ای حاصل با این معیار دقت چند جمله ای درونیاب تابع ذکر شده را بدست آورید.

(۴) با استفاده از داده های جدولی زیر یک تابع به صورت $g(x) = a \sin x + b \cos x$ به روش کمترین مربعات خطا برازش کنید

x_i	0.05	0.1	0.15	0.20
f_i	0.5294	0.9415	1.1475	1.1093

(۵) مقدار انتگرال $I = \int_0^1 y(x) dx$ را با دقت $\varepsilon = 10^{-2}$ با روش نوزنقه ای بدست آورید که در آن $y(x)$ تابعی است که در مساله زیر صدق می کند

$$y' = \frac{1}{4} \cos(x + y + 1), y(0) = 1$$

(برای حل معادله دیفرانسیل از روش رانگ-کوتای مرتبه ۲ استفاده کنید).

(۶) به یکی از سوالات زیر پاسخ دهید

الف) جواب دستگاه معادلات خطی زیر را به روش گاوس همبند با سه تکرار با فرض $x^{(0)} = (1, -1, 1)$ بدست آورید.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 19 \\ x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 31 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

ب) دستگاه غیر خطی زیر را با فرض $(x^{(0)}, y^{(0)}) = (1.2, 1.7)$ تا ۲ تکرار حل کنید

$$\begin{cases} 2x^3 - y^2 = 1 \\ xy^3 - y = 4 \end{cases}$$



دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده ریاضی

سوالات امتحان پایان ترم درس محاسبات عددی

نام استاد: گروه آموزشی: ریاضی
 تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۲۹ تعداد سوال: ۶
 زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه شماره صفحه: ۱
 استفاده از ماشین حساب: مجاز ● غیرمجاز ●
 نوع امتحان: باز بسته ●
 «به همراه داشتن موبایل (خاموش یا روشن) تخلف محسوب گشته و اکیدا ممنوع میباشد»
 درک سوال بخشی از امتحان است، سوال نفرمایید

نام و نام خانوادگی دانشجو

شماره دانشجویی

کلیه محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد

(۱) الف) اگر b کوچکترین ریشه مثبت معادله $3x + \sin x = e^x$ باشد، مطلوبست بازه شامل این ریشه و سپس تقریبی از این ریشه را به کمک روش نیوتن با دقت 10^{-3} بیابید.

ب) با استفاده از قسمت قبل حداکثر خطای مطلق و نسبی محاسبه تابع $f(x, y) = 2x^3(e^x + \cos y)$ را به ازای $x = b$ و $y = \frac{\pi}{6}$ بدست آورید.

(۲) چند جمله ای درونیاب تابع $f(x) = \sin(\frac{\pi}{8}x)$ را به ازای نقاط $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$ بیابید و سپس کران بالای خطای درونیابی این تابع را در این نقاط بیابید. آیا چند جمله ای درونیاب حاصل تقریبی مناسب برای تابع فوق است و چرا؟

(۳) بهترین تقریب کمترین مربعات به شکل $y = \frac{1}{Ax+B}$ را برای تابع جدولی زیر برآزش کنید.

x_i	-1	0	1	2
y_i	1	0.5	0.25	0.25

(۴) حداقل نوزده های لازم برای آنکه تقریبی از انتگرال $I = \int_0^{\pi} x \sin(2x) dx$ دارای خطای کمتر از 10^{-2} باشد.

(۵) تقریبی از طول قوس منحنی $y(x)$ را از $x = 0$ تا $x = 1$ برابر است با $L = \int_0^1 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ به کمک روش سیمپسون با

انتخاب $h = 0.5$ بیابید، در صورتی که $y(x)$ در معادله دیفرانسیل با شرط اولیه زیر صدق کند. (در صورت نیاز به حل معادله

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2} \cos(x+y) - 1 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \text{دیفرانسیل از روش رونگه - کوتاه مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.}$$

(۶) تنها یکی از دستگاههای زیر را به دلخواه حل کنید:

الف) جواب دستگاه خطی $\begin{cases} x - 9y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + 6z = 31 \\ 8x + 2y + 3z = 30 \end{cases}$ را به روش گاوس - سایدل و تاسه تکرار با فرض $X^{(0)} = [1, 1, 1]^T$ حل کنید.

ب) دستگاه غیر خطی $\begin{cases} y \cos(xy) + 1 = 0 \\ \sin(xy) + x = y \end{cases}$ را با فرض $(x_0, y_0) = (1, 2)$ تا دو تکرار حل کنید.

موفق باشید

راهنمایی (طول قوس منحنی $y = f(x)$ از $x = a$ تا $x = b$ برابر است با $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$)

سؤالات امتحانی درس محاسبات عددی (پایان ترم) نیمسال دوم ۹۱ - ۱۳۹۰	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد	رشته های فنی و مهندسی	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۴/۵

محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد. درک سوال جزئی از امتحان است سوال نکنید

(۱) به کمک روش نیوتن الگوریتمی برای محاسبه ریشه k ام اعداد صحیح و مثبت ارایه دهید. آنگاه تقریب $\sqrt[3]{97}$ را با معیار دقت 10^{-3} با استفاده از الگوریتم فوق بیابید.

(۲) در صورتیکه بخواهیم تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در نقاط متساوی الفاصله x_0, x_1, \dots, x_n با طول گام h ، برای بازه $[1, 2]$ با استفاده از چند جمله ای درونیاب، تقریب بزنیم، حداکثر مقدار h را طوری بیابید که خطای تابع درونیاب f حداکثر 10^{-8} باشد.

(۳) با فرض $x_0 = 2.4$ و $y_0 = -0.6$ مطلوبست محاسبه جواب تکراری x_1, y_1 برای دستگاه معادلات غیرخطی

$$\begin{cases} \ln(x^2 + y^2) + y = 1 \\ xy + \sqrt{x} = 0 \end{cases}$$
 به روش نیوتن.

(۴) یک چندجمله ای به فرم $P(x) = ax^2 + bx + c$ را به روش حداقل مربعات برای تابع $f(x) = e^x$ در نقاط $x = 0, 1, 2, 3, 4$ برازش کنید.

(۵) دستگاه ذیل را با روش تکراری گاوس - سایدل و با معیار دقت 10^{-2} حل کنید.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x + y - z = 3 \\ x - y + 4z = 4 \end{cases}$$

(۶) در محاسبه انتگرال $I = \int_0^1 \frac{dx}{(ax+0.5)^2}$ تغییرات α در چه دامنه ای باشد که با انتخاب $h = 0.2$ خطای حاصل از روش ذوزنقه ای از 10^{-1} تجاوز نکند.

(۷) حجم حاصل از دوران ناحیه محدود به محور x ها، خطوط $x = 1$ و $x = 2$ و تابع $y(x)$ با استفاده از فرمول $V = \pi \int_1^2 (y(x))^2 dx$ بدست می آید. مطلوبست تقریبی از حجم فوق به کمک روش سیمپسون با انتخاب طول گام $h = 0.5$ در صورتیکه y در معادله دیفرانسیل با شرط اولیه زیر صدق کند. (برای حل معادله دیفرانسیل از روش

$$\begin{cases} y' - xy = (2-x)e^{2x} \\ y(1) = e^2 \end{cases}$$

رونجه کوتاه مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.)

موفق باشید



دانشگاه علم و صنعت ایران

تاریخ امتحان:
۱۳۹۱/۱۱/۲

دانشگاه علم و صنعت
ایران

دانشکده ریاضی

رشته های فنی و
مهندسی

سوالات امتحانی درس محاسبات
عددی
(پایان ترم)
نیمسال دوم ۹۱-۱۳۹۰

مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه
استفاده از ماشین حساب مجاز
می باشد

محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد. درک سوال جزیی از
امتحان است سوال نکنید

(۱) ریشه مثبت معادله $f(x) = x^4 - 4x^2 + 4$ را با روش نیوتن رافسون و با $x_0 = 1$ و با معیار دقت 10^{-3} بیابید.
علت کندی همگرایی را بررسی کنید

(۲) مزایا و معایب روشهای تکراری گاوس (ژاکوبی) و گاوس سایدل را به اختصار بیان کنید. دستگاه زیر را به روش تکراری

$$\begin{cases} x - y + 10z = -7 \\ 20x + 3y - 2z = 51 \\ 2x + 8y + 4z = 25 \end{cases}$$

گاوس سایدل حداکثر ۴ تکرار با شروع در $(0,0,0)$ حل کنید.

(۳) دستگاه غیرخطی $\begin{cases} y \cos(xy) + 1 = 0 \\ \sin(xy) + x - y = 0 \end{cases}$ را که دارای جوابی در همسایگی $x = 1$ و $y = 2$ می باشد را
تا دو تکرار حل کنید.

(۴) یک چندجمله ای به فرم $P(x) = ax^2 + bx + c$ را به روش حداقل مربعات برای نقاط تابع جدولی زیر برازش

	۱	۴	۹	۱۶	
x_i	۰	۱	۲	۳	۴
f_i	۰	۱	۳	۳	۲

کند.

(۵) الف) روشهای درونیابی لاگرانژ و نیوتن را مقایسه کنید/ ب) چندجمله ای درونیاب تابع جدولی را بدست آورید. سپس
نقطه $(۴,۶۳)$ را به جدول اضافه کرده و چندجمله ای درونیاب را مجددا بدست آورید.

x_i	-1	1	2	3	۴
f_i	-2	0	7	26	۶۳


(۶) تابع y طوری داده شده است $|y^{(2)}| \leq 1$ ، مطلوبست محاسبه $\int_0^1 y(x) dx$ با معیار دقت 10^{-2} در صورتیکه
بدانیم y در معادله دیفرانسیل داده شده زیر صدق می کند. (در صورت نیاز به حل معادله دیفرانسیل از روش رونگه کوتاه

$$\begin{cases} y' = \cos x + \cos y \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.)

(۷) تقریبی از ریشه معادله $f(x) = 3xe^x - 1$ را در بازه $[0, 1]$ با بکارگیری روش وتری و معیار دقت

موفق باشید $|f(x_n)| \leq 10^{-2}$ بدست آورید.

سؤالات امتحانی درس محاسبات عددی (پایان ترم) نیمسال دوم ۹۱ - ۱۳۹۰	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	 دانشگاه علم و صنعت ایران
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه استفاده از ماشین حساب مجاز <u>می باشد.</u>	رشته های فنی و مهندسی	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۱/۲

محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد. درک سوال جزیی از امتحان است سوال نکنید

ریشه مثبت معادله $f(x) = x^4 - 4x^2 + 4$ را با روش نیوتن رافسون وبا $x_0 = 1$ و با معیار دقت 10^{-3} بیابید. علت کندی همگرایی را بررسی کنید

۲,۷۴۹۱
۴,۱۸۷۵

(۲) مزایا و معایب روشهای تکراری گاوس (ژاکوبی) و گاوس سایدل را به اختصار بیان کنید. دستگاه زیر را به روش تکراری

$$\begin{cases} x - y + 10z = -7 \\ 20x + 3y - 2z = 51 \\ 2x + 8y + 4z = 25 \end{cases} \quad \text{گاوس سایدل حداکثر ۴ تکرار با شروع در } (0,0,0) \text{ حل کنید.}$$

(۳) دستگاه غیرخطی $\begin{cases} y \cos(xy) + 1 = 0 \\ \sin(xy) + x - y = 0 \end{cases}$ را که دارای جوابی در همسایگی $x = 1$ و $y = 2$ می باشد را تا دو تکرار حل کنید.

(۴) یک چندجمله ای به فرم $P(x) = ax^2 + bx + c$ را به روش حداقل مربعات برای نقاط تابع جذری زیر برآزش کنید.

x_i	0	1	2	3	4
f_i	0	1	3	3	2

(۵) الف) روشهای درونیایی لاگرانژ و نیوتن را مقایسه کنید؛ ب) چندجمله ای درونیاب تابع جدولی را بدست آورید. سپس نقطه $(۴,۶۳)$ را به جدول اضافه کرده و چندجمله ای درونیاب را مجددا بدست آورید.

x_i	-1	1	2	3
f_i	-2	0	7	26

(۶) تابع y طوری داده شده است $|y^{(2)}| \leq 1$ ، مطلوبست محاسبه $\int_0^1 y(x) dx$ با معیار دقت 10^{-2} در صورتیکه بدانیم y در معادله دیفرانسیل داده شده زیر صدق می کند. (در صورت نیاز به حل معادله دیفرانسیل از روش رونگه کوتا

$$\begin{cases} y' = \cos x + \cos y \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad \text{مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.}$$

(۷) تقریبی از ریشه معادله $f(x) = 3xe^x - 1$ را در بازه $[0, 1]$ با بکارگیری روش وتری و معیار دقت $|f(x_n)| \leq 10^{-2}$ بدست آورید. موفق باشید

سوالات امتحانی پایان ترم درس محاسبات عددی نیم سال دوم 1400-1401	بسمه تعالی  بسمه تعالی	نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی:
مدت زمان پاسخ گویی: 120 دقیقه	دانشگاه علم و صنعت دانشکده ریاضی	تاریخ امتحان 1400/4/1

درک سوالات امتحانی بخشی از امتحان است. لطفا سوال نفرمائید.

در کلیه سوالات حداقل تعداد رقم اعشار را در محاسبات را 4 رقم در نظر بگیرید.

1- می خواهیم یک تابع به صورت $f(x) = \frac{1}{\sin(ax^2 + bx)}$ را بر تابع جدولی زیر تقریب بزنیم، ضرایب مجهول a و b را به دست آورید. (15 نمره)

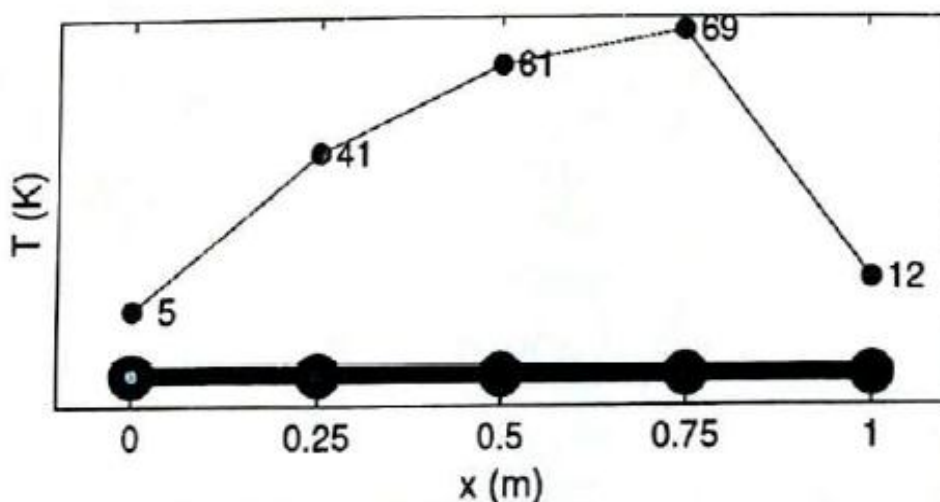
x_i	0.5	1	1.5	2	2.5
y_i	4.12	2.83	3.12	4.01	4.52

به یکی از دو سوال 2 یا 3 زیر پاسخ دهید.

2- در انتقال حرارت هدایت، مطابق قانون فوریه، نرخ انتقال انرژی به صورت زیر بیان می شود. (15 نمره)

$$q_x = -k \frac{dT}{dx}$$

فرض کنید که یک میله یک بعدی به صورت زیر دارید که دمای آن را در پنج نقطه، از جمله دو نقطه انتهایی سمت چپ و سمت راست میله می دانیم. مقدار مشتق دما $\frac{dT}{dx}$ را در دیواره سمت چپ را با استفاده از روش تفاضلات تقسیم شده نیوتون به هر دو روش مرتبه یک و مرتبه دو بدست آورید و سپس نرخ انتقال حرارت q_x را از هر یک از دو روش محاسبه نمایید. ضریب هدایت حرارتی $k = 0.3$ در نظر بگیرید. دمای میله در نقاط مختلف هم در شکل مشخص است و هم در جدول تکرار شده است.



$x(m)$	0	0.25	0.5	0.75	1
$T(K)$	5	41	61	69	12

3- مقدار h چقدر باشد تا خطای حاصل از انتگرال گیری به روش ذوزنقه‌ای در تابع زیر کمتر از 10^{-2} گردد. (15 نمره)

$$\int_1^2 x^2 \ln(x) dx$$

4- به روش رامبرگ حاصل $I = \int_0^1 e^{-\cos^2 x} dx$ را تا مرتبه دقت $O(h^6)$ بیابید. (20 نمره)

5- مطلوب است تقریبی از انتگرال $\int_0^1 \sqrt{1+3y(x)} dx$ به روش سیمپسون با طول گام $h = 0.5$ که در آن تابع $y(x)$

صدق می کند. (برای حل معادله دیفرانسیل از روش رانگ کوتاه مرتبه چهارم در معادله دیفرانسیل $y' = \frac{x^2 + 1}{y}$ استفاده کنید). (20 نمره)

راهنمایی الگوریتم رانگ کوتاه مرتبه 4

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4); \quad i = 0, 1, \dots$$

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + k_3)$$

به یکی از دو سوال 6 یا 7 زیر پاسخ دهید.

6- دستگاه معادلات خطی زیر را با روش گاوس-سایدل و با 3 تکرار حل کنید $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}$. (20 نمره)

$$\begin{cases} -x + 11y - z + 3w = 25 \\ 3y - z + 8w = 15 \\ 10x - y + 2z = 6 \\ 2x - y + 10z - w = -11 \end{cases}$$

7- دستگاه معادلات غیرخطی زیر را، فقط با 3 بار تکرار و با مقادیر اولیه $x^0 = 0.6, y^0 = 0$ حل کنید (20 نمره)

$$\begin{cases} 10x \sin(y) + 2 = 0 \\ 10x^2 - 10x \cos(y) + 1 = 0 \end{cases}$$

نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی:	بسمه تعالی  دانشگاه علم و صنعت دانشکده ریاضی	سوالات امتحانی پایان ترم درس محاسبات عددی نیم سال اول ۹۷
تاریخ امتحان ۱۳۹۷/۱۱/۱	مدت زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه استفاده از ماشین حساب مجاز است.	

درک سوالات امتحانی بخشی از امتحان است. لطفا سوال نفرمائید. به ۵ سوال پاسخ دهید.

۱- فرض کنید $f(x) = \ln(x)$ ، که در آن نقاط گره ای $x_i = 2, 2.5, 3, 3.5, 4$ هستند. مقدار تقریبی $f''(2.8)$ و $f'(2.8)$

را با فرض $f'(x) \cong \frac{\Delta f_i + (\theta - \frac{1}{2})\Delta^2 f_i}{h}$ و $f''(x) \cong \frac{\Delta^2 f_i + (\theta - 1)\Delta^3 f_i}{h^2}$ با محاسبات ۴ رقم اعشار بیابید. (۲۰ نمره)

۲- تابع خاصی به صورت جدول زیر در اختیار است. با استفاده از ترکیب روش های ذوزنقه ای و سیمپسون، مقدار انتگرال را در بازه ۰.۰ تا ۰.۶ به دست آورید. (۱۵ نمره)

x_i	0.00	0.12	0.22	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.60
f_i	0.2000	1.3097	1.3052	1.7434	2.0749	2.4560	2.8430	3.1860	3.4640

۳- برای انتگرال $V = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ با فرض $h = \frac{1}{2}$ و روش ذوزنقه ای مقادیر $T(h)$ ، $T(\frac{h}{2})$ و $T(\frac{h}{4})$ به ترتیب برابر

۰/۷۰۸۴، ۰/۶۹۷۰ و ۰/۶۹۴۱ بدست آمده است. با استفاده از قاعده رامبرگ تقریب بهتری برای این انتگرال بدست آورید. (۵ نمره)

۴- معادله دیفرانسیل با شرط اولیه زیر را در نظر بگیرید. به روش روش رانگ کوتای مرتبه ۲ و با $h = 0.2$ تقریبی از $y(0.4)$ که جواب دستگاه زیر است بیابید. (۲۰ نمره)

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x+y} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

۵- جواب دستگاه زیر را یا با روش گاوس سایدل با ۵ تکرار و $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و یا به یکی از روشهای مستقیم با محاسبات ۳ رقم اعشار

بیابید. (۲۰ نمره)

$$\begin{cases} -x - 2y + 5z = 2 \\ 4x - y + z = 4 \\ x + 6y + 2z = 9 \end{cases}$$

۶- دستگاه معادلات غیرخطی زیر را، فقط با دو بار تکرار و با مقادیر اولیه $x^0 = 0$ ، $y^0 = 0$ حل کنید. (۲۰ نمره)

$$\begin{cases} 4x^2 - 20x + \frac{1}{4}y^2 + 8 = 0 \\ \frac{1}{2}xy^2 + 2x - 5y + 8 = 0 \end{cases}$$

موفق و پیروز باشید.