


به نام خدا

| | | | | | |
|--|----------------|--------------------|------------|-----------|----------------|
|  IUIST Iran University of Science and Technology | شماره دانشجویی | نام و نام خانوادگی | تاریخ | امتحان | درس |
| | | | ۱۴۰۱/۱۰/۲۴ | پایان ترم | ریاضیات مهندسی |

توجه: استفاده از برگه معادلات، ماشین حساب، تلفن همراه، جزوه و کتاب مجاز نبوده و مدت آزمون ۲ ساعت و ۱۵ دقیقه می باشد. فقط دانشجویانی که تمایل به ترمیم نمره ی میان ترم خود دارند به سوال ۵ و ۶ پاسخ دهند.

۱- معادله $\sin z = 20$ را حل کنید. [۱۰ نمره]

۲- (a) نشان دهید تابع زیر (u) همساز است. تابع مزدوج همساز (v) آن را بیابید.

$$u = \cos 2x \sinh 2y$$

(b) اگر تابع $f(z) = u + vi$ باشد، مقدار $f'(\pi/4 + i)$ را بیابید [۲۰ نمره]

۳- به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید [۳۰ نمره]

(۳a) تبدیل موبیوسی بیابید که سه نقطه $0, \infty, -2$ را به ترتیب به سه نقطه $0, 1, \infty$ بنگارد، سپس با

نگاشت به دست آمده تصویر ناحیه $x > 1$ را بیابید.

(۳b) سری توانی تابع

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 4}$$

را حول نقطه صفر در دامنه های زیر بیابید.

الف) $|z| < 1$

ب) $|z| > 4$

۴- انتگرال های زیر را محاسبه نمایید. [۴۰ نمره]

$$I_1 = \oint_{|z|=2} \bar{z}^m dz, \quad m \in \mathbb{N}$$

$$I_2 = \oint_{|z|=2} \left(\frac{\sin \pi z}{z^6} + z \cot z \right) dz$$

$$I_3 = \int_0^{2\pi} \frac{1}{5 - 4 \cos \theta} d\theta$$

$$I_4 = \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 9)} dx$$

۵- مسئله ی زیر را حل نمایید

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$u(x, 0) = 1 - x^2,$$

$$u(x, 1) = x,$$

$$u_x(0, y) = 0,$$

$$u_x(\pi, y) = 1 - y.$$

۶- با استفاده از تبدیل فوریه مساله زیر را حل کنید

$$u_t - u_{xx} = \begin{cases} 2x - t, & |x| < 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} x, & |x| < 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

موفق باشید!